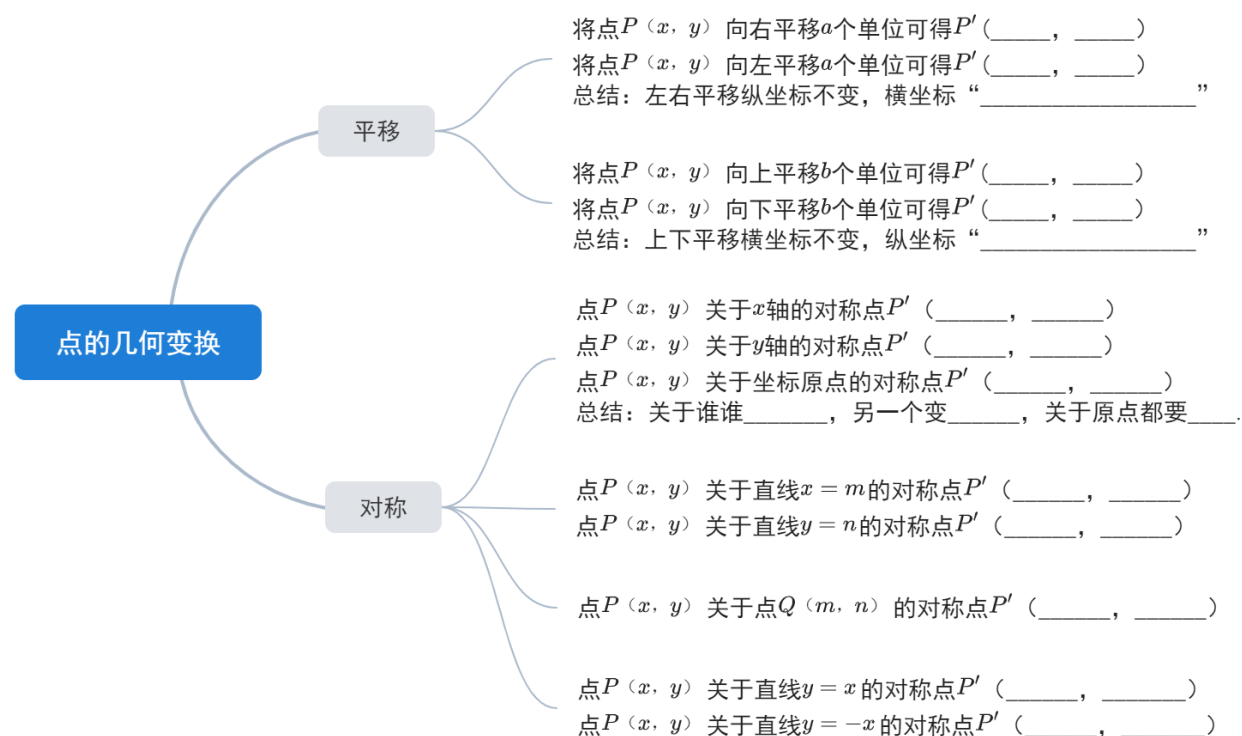


第2讲 坐标中的几何变换和面积问题

一、坐标轴中点的几何变换



【教法备注】

1、点的平移：

(1) 将点 $P(x, y)$ 向右平移 a 个单位可得对应点 $P'(x + a, y)$ ；

(2) 将点 $P(x, y)$ 向左平移 a 个单位可得对应点 $P'(x - a, y)$ 。

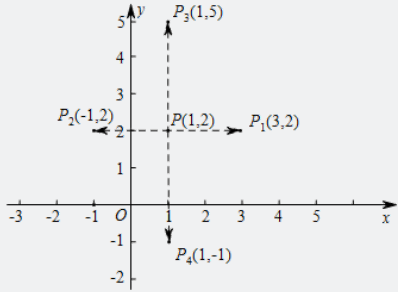
总结：左右平移纵坐标不变，横坐标 “左减右加”。

(3) 将点 $P(x, y)$ 向上平移 b 个单位，可得对应点 $P'(x, y + b)$ ；

(4) 将点 $P(x, y)$ 向下平移 b 个单位，可得对应点 $P'(x, y - b)$ 。

总结：上下平移横坐标不变，纵坐标 “上加下减”。

典例：

已知 $P(1, 2)$		
向右平移2个单位		$P_1(3, 2)$
向左平移2个单位		$P_2(-1, 2)$
向上平移3个单位		$P_3(1, 5)$
向下平移3个单位		$P_4(1, -1)$

2、对称：

- (1) 点 $P(x, y)$ 关于 x 轴的对称点是 $P'(x, -y)$ ，即横坐标不变，纵坐标互为相反数．
- (2) 点 $P(x, y)$ 关于 y 轴的对称点是 $P'(-x, y)$ ，即纵坐标不变，横坐标互为相反数．
- (3) 点 $P(x, y)$ 关于坐标原点的对称点是 $P'(-x, -y)$ ，即横坐标互为相反数，纵坐标也互为相反数．

总结：关于谁对称谁不变，另一个变相反；关于原点对称都改变．

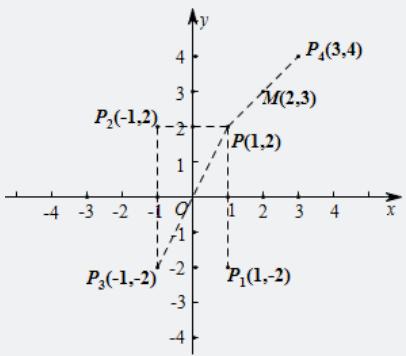
- (4) 点 $P(x, y)$ 关于 $x = m$ 的对称点是 $P'(2m - x, y)$
- (5) 点 $P(x, y)$ 关于 $y = n$ 的对称点是 $P'(x, 2n - y)$
- (6) 点 $P(x, y)$ 关于点 $Q(m, n)$ 的对称点是 $M(2m - x, 2n - y)$ ．

这部分也可以利用中点坐标公式进行求解，若 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ，则 A 、 B 中点坐标 $(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$

注：关于点对称，也可看作绕该点旋转 180° ．

- (7) 点 $P(x, y)$ 关于 $y = x$ 的对称点是 $P'(y, x)$ 即关于 $y = x$ 对称，横纵坐标互换
- (8) 点 $P(x, y)$ 关于 $y = -x$ 的对称点是 $P'(-y, -x)$ 即关于 $y = -x$ 对称，横纵坐标互换，并取相反数．

典例：

已知 $P(1, 2)$ ．		
关于 x 轴对称		$P_1(1, -2)$
关于 y 轴对称		$P_2(-1, 2)$
关于原点对称		$P_3(-1, -2)$
关于点 $M(2, 3)$ 对称		$P_4(3, 4)$

例题

1. 已知点 $P(-3, 5)$ 平移后得到点 $Q(3, -2)$ ，则点 P 的平移情况是（ ）。
- A. 先向左平移3个单位长度，再向下平移5个单位长度
B. 先向右平移6个单位长度，再向上平移7个单位长度
C. 先向左平移6个单位长度，再向下平移5个单位长度
D. 先向右平移6个单位长度，再向下平移7个单位长度

【答案】 D

【解析】 $\because P(-3, 5)$ 平移后得到 $Q(3, -2)$ ，
 $\therefore$ 点 P 的平移情况是先向右平移6个单位，再向下平移7个单位。

【标注】 【知识点】 坐标系中的平移-点的平移

2. 将点 $P(m+2, 2m+1)$ 向左平移1个单位长度到 P' ，且 P' 在 y 轴上，那么 P' 的坐标是（ ）。
- A. $(0, -1)$ B. $(0, -2)$ C. $(0, -3)$ D. $(1, 1)$

【答案】 A

【解析】 将点 $P(m+2, 2m+1)$ 向左平移1个单位长度到 $P'(m+1, 2m+1)$ ，
 $\because P'$ 在 y 轴上，
 $\therefore m+1=0$ ，
 $\therefore m=-1$ ，
 $\therefore 2m+1=2 \times (-1)+1=-2+1=-1$ ，
 $\therefore P'(0, -1)$ 。

【标注】 【知识点】 坐标系中的平移-点的平移

练习

3. 在平面直角坐标系中，将三角形各点的横坐标都减去3，纵坐标保持不变，所得图形与原图形相比（ ）。
- A. 向右平移了3个单位 B. 向左平移了3个单位
C. 向上平移了3个单位 D. 向下平移了3个单位

【答案】 B

【解析】 将三角形各点的横坐标都减去3，向左平移3个单位．

【标注】 【知识点】 坐标系中的平移-点的平移

4. 将点 $A(2, -2)$ 向上平移4个单位得到点 B ，再将点 B 向左平移4个单位得到点 C ，则下列说法正确的是（ ）．

- ①点 C 的坐标为 $(-2, 2)$
- ②点 C 在第二、四象限的角平分线上；
- ③点 C 的横坐标与纵坐标互为相反数；
- ④点 C 到 x 轴与 y 轴的距离相等．

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

【答案】 D

【解析】 将点 $A(2, -2)$ 向上平移4个单位得到点 $B(2, -2 + 4)$

即 $(2, 2)$ ，

再将点 B 向左平移4个单位得到点 $C(2 - 4, 2)$ ，

即 $(-2, 2)$ ，

- ①点 C 的坐标为 $(-2, 2)$ 说法正确；
- ②点 C 在第二、四象限的角平分线上，说法正确；
- ③点 C 的横坐标与纵坐标互为相反数，说法正确；
- ④点 C 到 x 轴与 y 轴的距离相等，说法正确．

故选：D．

【标注】 【知识点】 坐标系中的平移

5. 已知点 $A(2 - p, 3 + q)$ ，先将其沿 x 轴负方向平移3个单位长度，再沿 y 轴负方向平移2个单位长度，得到点 $B(p, -q)$ ，则 B 点的坐标为（ ）．

- A. $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ B. $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ C. $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ D. $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

【答案】 A

【解析】 根据题意得： $2 - p - 3 = p$ ， $3 + q - 2 = -q$ ，

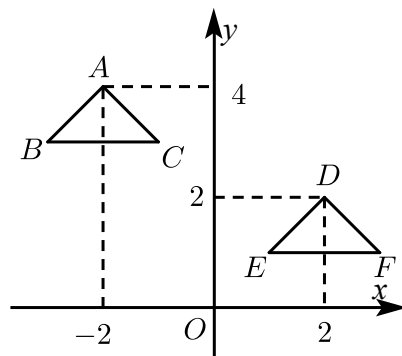
$$\therefore p = -\frac{1}{2}, q = -\frac{1}{2},$$

$$\therefore A\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right), B\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right).$$

故选A.

【标注】【知识点】坐标系中的平移-点的平移

6. 如图，三角形 ABC 经过平移得到三角形 DEF ，其中 A 点 $(-2, 4)$ 平移到 D 点 $(2, 2)$ ，则 B 点 (a, b) 平移后的对应点 E 的坐标是（ ）.



- A. $(a + 2, b)$ B. $(a + 4, b - 2)$ C. $(a + 2, b - 2)$ D. $(a + 4, b + 2)$

【答案】B

【解析】由 $A(-2, 4)$ 到 $D(2, 2)$,

可得平移方式为：向右4个单位，向下2个单位，

则 $B(a, b)$ 经过平移后 $E(a + 4, b - 2)$.

故选B.

【标注】【知识点】坐标系中的平移-图形的平移

7. 已知点 P 的坐标 (a, b) ($a > 0$)，点 Q 的坐标 $(c, 3)$ ，且 $|a - c| + \sqrt{b - 7} = 0$ ，将线段 PQ 向右平移 a 个单位长度，其扫过的面积为20，那么 $a + b + c$ 的值为（ ）.

- A. 12 B. 15 C. 17 D. 20

【答案】C

【解析】方法一： $\because |a - c| + \sqrt{b - 7} = 0$,

$$\therefore \begin{cases} a = c \\ b = 7 \end{cases},$$

$\because$ 扫过面积为20，

$$\therefore \frac{1}{2} \times a \times 4 = 20,$$

$$\therefore a = c = 5,$$

$$\therefore a + b + c = 17.$$

方法二：由题意得 $a = c$, $b = 7$,

$$\therefore P(a, 7), PQ // y \text{轴},$$

$$\therefore PQ = 7 - 3 = 4,$$

$\therefore$ 将线段 PQ 向右平移 a 个单位长度，其扫过的图形是边长为 a 和 4 的矩形，

$$\therefore 4a = 20,$$

$$\therefore a = 5,$$

$$\therefore c = 5,$$

$$\therefore a + b + c = 17.$$

故选：C.

【标注】【知识点】二次根式有意义的条件

【知识点】坐标系中的平移-图形的平移

【知识点】绝对值的非负性

【能力】推理论证能力

例题

8. 点 $M(-2, 5)$ 是由点 N 向上平移 4 个单位得到的，则点 N 的坐标为 _____ .

【答案】 $(-2, 1)$

【标注】【能力】运算能力

【知识点】坐标系中的平移-点的平移

9. 已知坐标平面内的点 $A(-2, 4)$ ，如果将平面直角坐标系向左平移 3 个单位长度，再向上平移 2 个单位长度，那么平移后点 A 的坐标是 () .

A. $(1, 6)$

B. $(-5, 6)$

C. $(-5, 2)$

D. $(1, 2)$

【答案】 D

【解析】 $\therefore$ 坐标平面内点 $A(-2, 4)$ ，将坐标系先向左平移 3 个单位长度，再向上平移 2 个单位长度 .

$\therefore$ 点 A 的横坐标增加 3 ，纵坐标健身 2 ，

$\therefore$ 点 A 变化后的坐标为 $(1, 2)$.

故选 D .

【标注】【知识点】坐标系中的平移-点的平移

练习

10. 点 $P(-7, 3)$ 是由点 M 先向左平移3个单位, 再向下平移3个单位而得到, 则 M 的坐标为 _____ .

【答案】 $(-4, 6)$

【解析】 $\because$ 点 $P(-7, 3)$ 是由点 M 先向左平移3个单位, 再向下平移3个单位而得到,
 $\therefore M$ 的坐标为 $(-7 + 3, 3 + 3)$, 即 $(-4, 6)$.
故答案为 $(-4, 6)$.

【标注】【知识点】坐标系中的平移-点的平移

11. 已知点 $M(a - 1, 5)$, 现在将平面直角坐标系先向左平移3个单位, 之后又向下平移4个单位, 得到点 $N(2, b - 1)$, 则 $a =$ _____ , $b =$ _____ .
A. 0, 10 B. 1, 9 C. -1, -10 D. -1, -9

【答案】A

【解析】根据平移, $a - 1 + 3 = 2$, $a = 0$, $5 + 4 = b - 1$, $b = 10$.
故答案为: 0; 10.
故选A.

【标注】【知识点】坐标系中的平移-点的平移

对称

例题

12. 已知点 $P_1(a - 1, 5)$ 和 $P_2(2, b - 1)$ 关于 x 轴对称, 则 $(a + b)^{2003}$ 的值为 () .
A. 0 B. -1 C. 1 D. $(-3)^{2003}$

【答案】B

【解析】 $\because$ 点 $P_1(a - 1, 5)$ 和 $P_2(2, b - 1)$ 关于 x 轴对称,
 $\therefore a - 1 = 2$, $b - 1 = -5$,

解得： $a = 3$ ， $b = -4$ ，

则 $(a + b)^{2003} = -1$ 。

故选：B。

【标注】【知识点】坐标系中的对称-点关于坐标轴对称

【能力】运算能力

13. 将点 $A(3, 2)$ 向左平移4个单位长度得点 A' ，则点 A' 关于 y 轴对称的点的坐标是（ ）。

- A. $(-3, 2)$ B. $(-1, 2)$ C. $(1, -2)$ D. $(1, 2)$

【答案】 D

【解析】 ∵将点 $A(3, 2)$ 向左平移4个单位长度得点 A' ，

∴点 A' 的坐标为 $(-1, 2)$ ，

∴点 A' 关于 y 轴对称的点的坐标是 $(1, 2)$ ，

故选D。

【标注】【知识点】坐标系中的平移-点的平移

【知识点】坐标系中的对称-点关于坐标轴对称

14. 如果 $\sqrt{3+a} + (5-b)^2 = 0$ ，那么点 $A(a, b)$ 关于原点对称的点 A' 的坐标为（ ）。

- A. $(3, 5)$ B. $(3, -5)$ C. $(-3, 5)$ D. $(5, -3)$

【答案】 B

【解析】 由题意得：

$$a + 3 = 0, 5 - b = 0,$$

$$\text{解得 } a = -3, b = 5,$$

即 $A(-3, 5)$ 关于原点对称的点 A' 的坐标为 $(3, -5)$ 。

故选B。

【标注】【知识点】坐标系中的对称-点关于原点的对称

15. 已知点 $A(2, -2)$ ，如果点 A 关于 x 轴的对称点是 B ，点 B 关于原点的对称点是 C ，那么 C 点的坐标是（ ）。

- A. $(2, 2)$ B. $(-2, 2)$ C. $(-1, -1)$ D. $(-2, -2)$

【答案】 D

【解析】 点 $A(2, -2)$ ，点 A 关于 x 轴的对称点是 B ，

$\therefore$ 点 B 坐标为 $(2, 2)$ 。

$\therefore$ 点 B 关于原点的对称点是 C ，

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(-2, -2)$ 。

故选D。

【标注】【知识点】轴对称的定义

【知识点】坐标系中的对称-点关于坐标轴对称

练习

16. 平面直角坐标系中的一个图案的纵坐标不变，横坐标分别乘 -1 ，那么所得的图案与原图案 _____。

【答案】 关于 y 轴对称

【解析】 纵坐标不变，横坐标互为相反数的两个点关于 y 轴对称。

【标注】【知识点】坐标系中的对称-图形的对称

17. 点 $(3, -2)$ 先向右平移2个单位，再向上平移4个单位，所得的点关于以 y 轴为对称点的坐标为 _____。

【答案】 $(-5, 2)$

【解析】 $(3, -2)$ 右移2，上移4得 $(5, 2)$ ， $(5, 2)$ 关于 y 轴对称点为 $(-5, 2)$ 。

【标注】【知识点】坐标系中的对称-点关于坐标轴对称

【知识点】坐标系中的平移-点的平移

18. 若点 $C(m+3, m+1)$ 在 x 轴上，则点 C 关于原点的对称点 C' 的坐标为 _____。

【答案】 $(-2, 0)$

【解析】 $C(m+3, m+1)$ 在 x 轴上，则 $m+1=0$ ，得 $m=-1$ ，

故 C 点坐标 $(2, 0)$ ，

C 点关于原点对称点 $C'(-2, 0)$.

【标注】【知识点】坐标系中的对称

19. 若点 $A(a+1, b-2)$ 与点 $B(4, -2)$ 关于原点对称, 则点 $C(a, b)$ 到 y 轴的距离为 _____ .

【答案】5

【解析】由题意知 $a+1+4=0, b-2-2=0$

$$a = -5, b = 4$$

所以 $C(5, 4)$ 到 y 轴的距离为5 .

【标注】【知识点】坐标与距离

|| 例题

20. 点 $P(2, 3)$ 关于直线 $x=3$ 的对称点为 _____ , 关于直线 $y=5$ 的对称点为 _____

【答案】 $(4, 3); (2, 7)$

【解析】建立直角坐标系, 画出点的变化

【标注】【知识点】坐标系中的对称-点关于特殊直线对称

|| 练习

21. 若点 $P(8, 10)$ 关于直线 $x=m$ 的对称点为 $(6, 10)$, 关于直线 $y=n$ 的对称点为 $(8, -8)$, 则 $m+n=$ _____ .

【答案】8

【解析】 $\because$ 点 $P(8, 10)$ 关于直线 $x=m$ 的对称点为 $(6, 10)$,

$$\therefore m = \frac{8+6}{2} = 7,$$

$\because$ 点 $P(8, 10)$ 关于直线 $y=n$ 的对称点为 $(8, -8)$,

$$\therefore n = \frac{10-8}{2} = 1,$$

$$\therefore m+n = 7+1 = 8.$$

【标注】【知识点】坐标系中的对称-点关于特殊直线对称

|| 例题

22. 点 $P(2, 1)$ 关于 $y = -x$ 对称的点的坐标是 _____ .

【答案】 $(-1, -2)$

【解析】 $\because$ 直线 $y = -x$ 上点的横坐标与纵坐标互为相反数 ,
 $\therefore$ 点 $P(2, 1)$ 关于直线 $y = -x$ 的对称点坐标是 $(-1, -2)$.
故答案为 : $(-1, -2)$.

【标注】 【知识点】 坐标系中的对称-点关于特殊直线对称

|| 练习

23. 点 $M(-1, 3)$ 关于第一、三象限的角平分线对称的点的坐标为 _____ .

【答案】 $(3, -1)$

【解析】 点 $M(-1, 3)$ 关于第一、三象限的角平分线对称的点的坐标为 $(3, -1)$.
故答案为 : $(3, -1)$.

【标注】 【知识点】 坐标系中的对称-点关于特殊直线对称

24. 已知点 $P(-3, 1)$ 关于二四象限角平分线的对称点 Q 的坐标是 $(a + b, b - 1)$, 则
 $a^b =$ _____ .

【答案】 625

【解析】 $\because$ 点 $P(3, -1)$ 关于一三象限角分线的对称点 Q 的坐标是 $(a + b, b - 1)$,
 $\therefore \begin{cases} a + b = -1 \\ b - 1 = 3 \end{cases}$,
解得 : $\begin{cases} b = 4 \\ a = -5 \end{cases}$,
 $\therefore a^b = (-5)^4 = 625$.
故答案为 : 625 .

【标注】 【知识点】 坐标系中的对称-点关于特殊直线对称



例题

25. 点 $A(3, -2)$ 关于点 $B(2, 5)$ 的对称点坐标为 _____ .

【答案】 $(1, 12)$

【解析】 对称点横坐标为 $2 \times 2 - 3 = 1$, 纵坐标为 $2 \times 5 - (-2) = 12$, 所以坐标为 $(1, 12)$.

【标注】 【知识点】 坐标系中的旋转-点关于一般点的旋转

26. 已知点 $A(a, -3)$ 与点 $B(4, b)$ 关于点 $(1, -3)$ 对称, 试求出 A, B 两点的坐标.

【答案】 $A(-2, -3), B(4, -3)$.

【解析】 $\frac{a+4}{2} = 1, \frac{-3+b}{2} = -3$

【标注】 【知识点】 中点坐标

练习

27. 点 $M(3, 4)$ 和点 $N(x-2, y+3)$ 关于点 $(-2, -1)$ 对称, 那么 $x+y =$ _____ .

【答案】 -14

【解析】 由题意得 $\begin{cases} 3+x-2=-4 \\ 4+y+3=-2 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} x=-5 \\ y=-9 \end{cases}$, 所以 $x+y = -14$.

【标注】 【知识点】 坐标系中的旋转-点关于一般点的旋转

【能力】 运算能力

28. 在平面直角坐标系中, 若点 P 关于 y 轴的对称点为 A , 点 A 关于 $Q(4, -2)$ 的对称点为 B , B 关于 x 轴对称点为 C , 并且线段 CP 的中点 M 的坐标为 $M(2, -3)$, 求 P 点的坐标.

【答案】 $P(-2, -5)$.

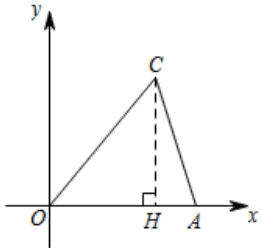
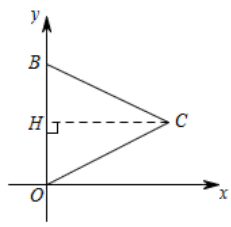
【解析】 设点 P 坐标为 $P(a, b)$, 通过对称变换, 得到 $C(8+a, 4+b)$, 在通过中点 M 的坐标, 求得 $P(-2, -5)$.

【标注】 【知识点】 坐标系中的对称-点关于特殊直线对称

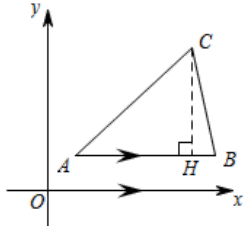
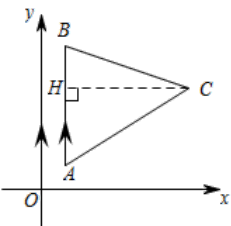
【知识点】 坐标系中的对称-点关于坐标轴对称

二、平面直角坐标系中的面积问题

🔗 三角形有一边在坐标轴上

	
$S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} OA \cdot CH$	$S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} OB \cdot CH$

🔗 三角形有一边在平行于坐标轴的直线上

	
$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CH$	$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CH$

🔗 三角形的边都不在坐标轴或平行于坐标轴

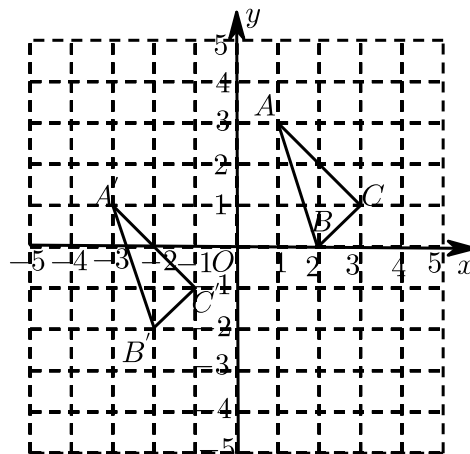
分割法三种求解面积的方法：① 直接法 ② 补形法 ③ 分割法

	$S_{\triangle ABC} = \underline{\hspace{2cm}}$ $S_{\text{长方形}AFDO} - S_{\triangle AOB} - S_{\triangle BCD} - S_{\triangle ACF}$
	$S_{\triangle ABC} = \underline{S_{\text{梯形}ACDO} - S_{\triangle AOB} - S_{\triangle BCD}}$
	$S_{\triangle ABC} = \underline{S_{\text{梯形}BCEO} + S_{\triangle ACE} - S_{\triangle AOB}}$
	$S_{\triangle ABC} = \underline{S_{\triangle BCO} + S_{\triangle ACO} - S_{\triangle AOB}}$

这种“改斜归正”、“化斜为直”的思想在整个初中数学几何中占据重要的地位，是以后解决较复杂的几何及代几综合题目的基础

|| 例题

29. $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 在平面直角坐标系中的位置如图所示.



(1) 分别写出下列各点的坐标： A _____ ； B _____ ； C _____ .

(2) $\triangle ABC$ 由 $\triangle A'B'C'$ 经过怎样的平移得到? 答: _____ .

(3) 若点 $P(x, y)$ 是 $\triangle ABC$ 内部一点, 则 $\triangle A'B'C'$ 内部的对应点 P' 的坐标为 _____ .

(4) 求 $\triangle ABC$ 的面积 .

【答案】 (1) $(1, 3); (2, 0); (3, 1)$

(2) 先向右平移4个单位, 再向上平移2个单位或先向上平移2个单位, 再向右平移4个单位

(3) $(x - 4, y - 2)$

(4) 2 .

【解析】 (1) $A(1, 3), B(2, 0), C(3, 1)$.

(2) 先向右平移4个单位, 再向上平移2个单位或先向上平移2个单位, 再向右平移4个单位 .

(3) $P'(x - 4, y - 2)$.

(4) $\triangle ABC$ 的面积 $= 2 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2$
 $= 6 - 1.5 - 0.5 - 2$
 $= 2$.

【标注】 【知识点】 平移的性质

【知识点】 平移作图

【知识点】 象限内坐标的特征

【知识点】 坐标与面积

【知识点】 坐标系中的平移-图形的平移

【知识点】 坐标系中的平移-点的平移

【能力】 运算能力

【能力】 推理论证能力

练习

30. 已知: $\triangle ABC$ 的顶点坐标分别是 $A(0, 0), B(6, 0), C(5, 5)$ 求三角形 ABC 的面积为 _____ .

【答案】 15

【解析】 $\because A(0, 0), B(6, 0),$
 $\therefore AB = 6$ 且 AB 在 x 轴上,

$$\therefore C(5, 5),$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 6 \times 5 = 15.$$

故答案为：15.

【标注】【知识点】坐标与面积

31. 已知点 $B(0, 3)$ ，正数 a 的平方根 x 、 y 既是方程 $2x - y = 6$ 的一组解，又是第四象限内点 A 的横纵坐标.

(1) 是否存在符合条件的点 A _____ (填“存在”或“不存在”).

(2) 若存在，请求出三角形 AOB 的面积. 若不存在，请说明理由.

【答案】(1) 存在

(2) 3.

【解析】(1) $\because$ 正数 a 的平方根 x 、 y ,

$$\therefore y = -x,$$

$$\therefore 2x - y = 6,$$

$$\therefore 2x - (-x) = 6,$$

$$\therefore x = 2,$$

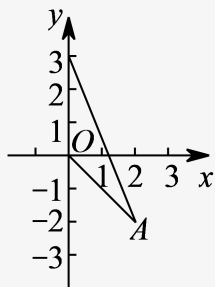
$$\therefore y = -2,$$

$$\therefore 2 > 0, -2 < 0,$$

$\therefore$ 存在符合条件的点 A .

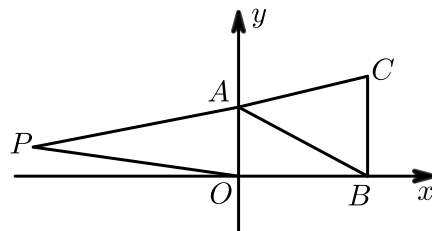
(2) 如图所示,

$$\begin{aligned} S_{\triangle AOB} &= \frac{1}{2} \times 3 \times 2 \\ &= 3. \end{aligned}$$



【标注】【知识点】坐标与面积

32. 如图，在平面直角坐标系中，已知点 $A(0, 4)$ ， $B(8, 0)$ ， $C(8, 6)$ 三点.



(1) 求三角形 ABC 的面积.

(2) 如果在第二象限内有一点 $P(m, 1)$, 且四边形 $ABOP$ 的面积是三角形 ABC 的面积的两倍, 求满足条件的点 P 的坐标.

【答案】 (1) 24.

(2) $P(-16, 1)$.

$$\begin{aligned}
 \text{【解析】} (1) S_{\triangle ABC} &= \frac{1}{2} \times BC \times (x_B - x_A) \\
 &= \frac{1}{2} \times (y_C - y_B) \times (x_B - x_A) \\
 &= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \\
 &= 24.
 \end{aligned}$$

即 $\triangle ABC$ 的面积为24.

$$\begin{aligned}
 (2) \because A(0, 4), B(8, 0), \\
 \therefore OA = 4, OB = 8, \\
 \therefore S_{\text{四边形}ABOP} &= S_{\triangle AOB} + S_{\triangle AOP}, \\
 &= \frac{1}{2} \times 4 \times 8 + \frac{1}{2} \times 4(-m) = 16 - 2m. \\
 \text{又} \because S_{\text{四边形}ABOP} &= 2S_{\triangle ABC} = 48, \\
 \therefore 16 - 2m &= 48, \\
 \text{解得: } m &= -16, \\
 \therefore P(-16, 1).
 \end{aligned}$$

【标注】【知识点】坐标与面积

|| 例题

33. 在平面直角坐标系中, $A(-1, 0)$, 点 B 在 x 轴上, 且 $AB = 3$, 点 C 是 y 轴上的一点若以 A, B, C 三点为顶点的三角形的面积为10, 则点 C 的坐标为 _____.

【答案】 $\left(0, \frac{20}{3}\right)$ 或 $\left(0, -\frac{20}{3}\right)$

【解析】

$$\begin{aligned}
 S_{\triangle ABC} &= \frac{1}{2}|AB| \times |OC| = 10, \\
 \frac{1}{2} \times 3 \times |OC| &= 10, \\
 |OC| &= \frac{20}{3}, \\
 \therefore C \text{点坐标为} &\left(0, \frac{20}{3}\right) \text{或} \left(0, -\frac{20}{3}\right).
 \end{aligned}$$

【标注】【知识点】坐标与面积

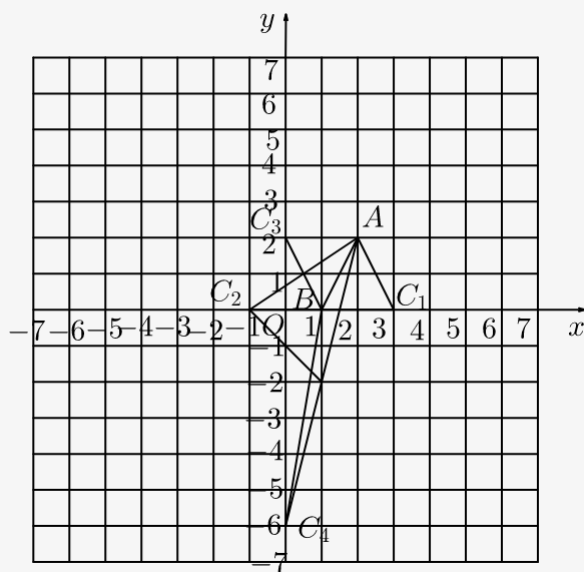
练习

34. 已知点 $A(2, 2)$, $B(1, 0)$, 点 C 在坐标轴上, 且三角形 ABC 的面积为2, 请写出所有满足条件的点 C 的坐标: _____.

【答案】 $(3, 0)$ 或 $(-1, 0)$ 或 $(0, 2)$ 或 $(0, -6)$

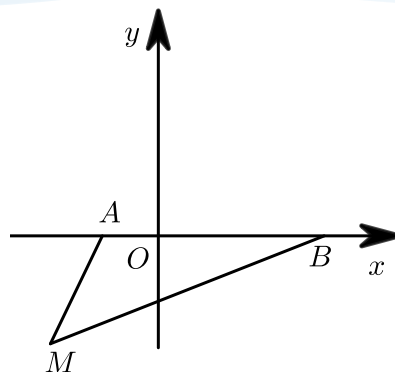
【解析】如图所示: $(3, 0)$, $(-1, 0)$, $(0, 2)$, $(0, 6)$, 即为所求.

故答案为: $(3, 0)$ 或 $(-1, 0)$ 或 $(0, 2)$ 或 $(0, -6)$.



【标注】【知识点】坐标与面积

35. 如图, 在平面直角坐标系中, 已知 $A(a, 0)$, $B(b, 0)$, 其中 a, b 满足 $|a + 2| + (b - 4)^2 = 0$.



- (1) 填空： $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$.
- (2) 如果在第三象限内有一点 $M(-3, m)$ ，请用含 m 的式子表示 $\triangle ABM$ 的面积 .
- (3) 在(2)条件下，当 $m = -3$ 时，在 y 轴上有一点 P ，使得 $\triangle ABP$ 的面积是 $\triangle ABM$ 的面积的 $\frac{2}{3}$ ，求点 P 的坐标 .

【答案】 (1) $-2; 4$

(2) $S_{\triangle ABM} = -3m$.

(3) $(0, 2)$ 或 $(0, -2)$.

【解析】 (1) $\because |a + 2|^2 + (b - 4)^2 = 0$,

$$\therefore a + 2 = 0, b - 4 = 0,$$

$$\therefore a = -2, b = 4.$$

$$\begin{aligned} (2) S_{\triangle ABM} &= \frac{1}{2} \times AB \cdot |m| \\ &= \frac{1}{2} \times 6 \times (-m) \\ &= -3m. \end{aligned}$$

(3) $m = -3$ 时， $S_{\triangle ABM} = -3m = 9$,

$$S_{\triangle ABP} = \frac{2}{3} S_{\triangle ABM},$$

$$\frac{1}{2} \times 6 \cdot |y_P| = \frac{2}{3} \times 9$$

$$3|y_P| = 6,$$

$$|y_P| = 2,$$

$$y_P = \pm 2,$$

$$\therefore P(0, 2) \text{ 或 } (0, -2).$$

【标注】【知识点】一次函数与面积